

أجهزة القياس

قسم الاجهزة الطبية
المرحلة الثانية

إعداد المدرس

حيدر فاضل

2023-2022

مفاهيم عامة للقياس

الحاجة الى القياس

يقول لورد كلفن " عندما تكون قادراً على القياس والتعبير بالأرقام عن الشيء الذي نتحدث عنه تكون عندئذ ملماً ببعض الشيء بالموضوع."

المعروف أن قدرات الإنسان الذاتية محدودة ولكن يزيد الإنسان من قدراته ويوسع إمكانياته كان لا بد له من أن يخترع كثيراً من الأجهزة العلمية التي تساعد على فهم ودراسة الأشياء والظواهر المحيطة به ومن أهم الأجهزة التي ساعدت الإنسان على التوصل إلى حقائق الأشياء هي أجهزة القياس التي تطورت تطوراً هائلاً في إطار التطور الصناعي الضخم الذي أعقب الحرب العالمية الثانية. وكما أننا لا نستطيع أن نفصل بين التقدم العلمي والتقدم الصناعي كذلك لا نستطيع الفصل بين التقدم الصناعي وتقدم أجهزة القياس لأن أي اكتشاف علمي يتبعه اكتشافات في مجال الصناعة والتكنولوجيا كما يتبعه ويلزمه استحداث طرق ووسائل جديدة للقيام بعمليات القياس أو المراقبة أو التسجيل.

وهكذا ازدادت المتغيرات التي تحتاج إلى القياس الدقيقة، وزاد الاهتمام بتحسين طرق القياس وتطوير أجهزة القياس وحتى في حياة الإنسان الخاصة انتقل الاهتمام من النوع إلى اهتمام بالنوع والكم معاً والكم معناه القياس والقياس يتطلب استخدام الجهاز ومعرفة استخدامه استخداماً صحيحاً.

ما هو القياس

إيجاد مقدار كمية فيزيائية أو متغير فيزيائي أو تقدير حالة ما باستخدام جهاز مناسب أو أداة مناسبة وإذا كان الجهاز المستخدم جهازاً عيارياً متفق عليه عالمياً اعتبرت عملية القياس عملية معايرة، وتكون عندئذ الكمية المقاسة كمية عيارية أما إذا لم يكن الجهاز عيارياً فتكون عملية القياس عبارة عن مقارنة بالكمية القياسية وقد يستخدم في ذلك جهاز تمت معايرته من قبل. والمعايرة هي مقارنة الأجهزة المستخدمة بأجهزة عيارية متفق عليها عالمياً من حيث الدقة ومحفوظة تحت ظروف بيئية محددة.

هناك اتفاق عالمي على عملية القياس العيارية وعلى وحدات القياس مثل المتر والكيلو جرام والثانية والأمبير . إن الأجهزة المعايرة العالمية تعرف بأجهزة المعايرة المطلقة وهذه محفوظة في أماكن خاصة ولا يرجع إليها إلا عند الضرورة لكن هنالك أجهزة ثانوية المعايرة "شبه مرجعية" هي التي تستخدم للمعايرة كما أن هنالك أجهزة مقارنة مثل القطرات الكهربائية والبيوتنشيو مترات تعرف بأجهزة المقارنة القياسية. ومعظم عمليات المعايرة التي تتم في المختبرات الطلابية هي عمليات مقارنة بأجهزة معلومة الدقة الهدف منها معرفة الدقة في القياس.

والخلاصة أن القياس عملية مقارنة يستخدم فيها جهاز دقته معلومة للتوصل إلى معرفة مقدار كمية أو مقدار متغير أو تحديد حالة ما وفي أي عملية قياسية لا بد من تحويل طاقة لتشغيل الجهاز ولا يتم ذلك عادة دون التأثير على حالة الشيء الذي يراد استنباط المعلومات عنه فأنت لا تستطيع قياس درجة كمية من الماء دون إدخال الترمومتر في الماء ولكن يتأثر الترمومتر بحرارة كمية من الماء دون إدخال الترمومتر في الماء ولكن يتأثر الترمومتر بحرارة الماء فهو يمتص جزء من الحرارة فيتمدد الزئبق ويظهر درجة حرارة الماء على الأنبوبة الشعرية المعايرة، وإذا كانت كمية الماء قليلة فإن تأثير الترمومتر على درجة الحرارة يكون كبيراً. وهكذا فإن في أي عملية قياس يتم تحويل الطاقة من شكل إلى آخر وقد يؤثر الجهاز على الكمية المقاسة لهذا فإن القياس يجب أن يكون عملاً حريصاً دقيقاً يهدف إلى

الحصول على المعلومات عن الشيء دون التأثير عليه . وإذا أراد الطبيب أن يقيس ضغط دم أحد المرضى فلا يجب أن يستخدم جهاز بطريقة تساعد على زيادة الضغط.

في أي عملية قياس نتوصل عادة إلى مقدار نعبر عنده بالأرقام لكن الأرقام وحدها لا تكون لها معنى إلا إذا حددنا الوحدات التي تعبر عنها فلا يكفي أن نقول أن عرض الغرفة خمسة بل يجب أن نقول خمسة أمتار ولا أن نقول أن كتلة الماء ثلاثة بل يجب أن نقول أن كتلته ثلاثة كيلو جرام مثلاً . وهكذا يجب أن نذكر الأرقام والوحدات العالمية أو مشتقات الوحدات العالمية

بعض المفاهيم التي تستخدم في عملية القياس في أجهزة القياس.

الدقة Accuracy

دقة الجهاز هي مقدرة على إعطاء قراءة تكون أقرب إلى القراءة الحقيقية العيارية . وكلما أعطى الجهاز قراءة أقرب إلى المقدار الحقيقي "العيارى" للكمية المقاسة كلما كان الجهاز دقيقاً .
وتعتبر الدقة مقياساً لدرجة الخطأ في النتيجة النهائية المقاسة ويمكن تحديد دقة الجهاز بإعطاء مدى الخطأ الذي يعطيه الجهاز عند قياس مدى معين من المقدار المقاس مثلاً : ترمومتر وصف بأنه يعطي خطأ قدره $\pm 0.5^{\circ}\text{C}$ في المدى (50°C to 100°C) يمكن أن يقال أن دقته هي $\pm 0.5^{\circ}\text{C}$ في هذا المدى.

الضبط الإحكام Precision

الضبط هو مقدرة الجهاز على إعطاء نفس القراءة عند تكرار عملية القياس بنفس الجهاز، وكلما كان الجهاز مضبوطاً كلما كانت القراءات التي يعطيها لنفس الكمية عند تكرار عملية القياس متقاربة مع بعضها البعض.

مثال :

استخدم ترمومتر عياري لقياس درجة حرارة سائل فوجدت تساوي 65°C وعندما استخدم ترمومتر زئبقي وجدت درجة الحرارة تساوي 64.5°C ووجد أن الترمومتر الزئبقي يعطي نفس قراءته السابقة عند تكرار التجربة فما هي دقة وأحكام الترمومتر الزئبقي

$$\text{دقة الترمومتر تساوي } 65 - 64.5 = 0.5^{\circ}\text{C}$$

أي أن الخطأ في هذا المدى هو $\pm 0.5^{\circ}\text{C}$ وهذا مقياس الدقة .

لكن الترمومتر مضبوطاً ومحكماً بدرجة عالية لأنه يعطي نفس القراءة عند تكرار القياس.

الحساسية Sensitivity

هي نسبة الإشارة الخارجة إلى التغير في الإشارة الداخلة . ويختلف تعريف الحساسية حسب نوع الجهاز فمثلاً الكلفانومتر يمكن استخدامه لقياس التيار فتعرف الحساسية SI في هذه الحالة بنسبة مقدار الانحراف بالمليمتر أو التقسيمات (d) إلى شدة التيار بالميكروأمبير

$$S_i = \frac{d(mm)}{i(\mu A)}$$

إدأ وعند استخدامه فولتميتر تكون الحساسية عبارة عن نسبة الانحراف إلى فرق الجهد بالمللي فولت الذي يحدث ذلك الانحراف:

$$S_i = \frac{d(mm)}{V_i(mv)}$$

أما في حالة جهاز الأوسيلسكوب فتعرف حساسية الانحراف S_o بأنها نسبة الانحراف بالمتر D إلى فرق الجهد الذي يحدث الانحراف V_d

$$S_o = \frac{D}{V_d} = \frac{m}{v}$$

ويعرف أيضاً معامل الانحراف بأنه معكوس الحساسية أي أن G deflection factor :

$$G = \frac{1}{S_o} = \frac{V_d}{D}$$

استجابة الجهاز Response

هي مقدار الإزاحة التي يمكن أن يحدثها أقل مقدار من الكمية المقاسة يكون مقروءاً مثلاً إذا كان مقياس ضغط يقيس ارتفاع من الزئبق 200 mm وبتراوح مقداره ± 2 mm تكون استجابته إذن :

$$R_s = \frac{2}{200} \times 100 = 1\%$$

وإذا كان ترمومتر يستجيب لمتغير في درجة الحرارة قدره $\pm 0.1^\circ C$ عندما تكون درجة الحرارة $50^\circ C$ إذن استجابته تكون

$$R_s = \frac{0.1}{50} \times 100 = 0.2\%$$

القدرة على التمييز Resolution

هي المقدرة على الفصل بين صورتين صغيرتين متلاصقتين فإذا كانت مقدرة الجهاز مثلاً جهاز التلفزيون أو الأوسيلسكوب غير عالية فإن صورتين متلاصقتين تظهران كأنهما صورة واحدة وكلما كانت مقدرة الجهاز على التمييز عالية كلما كان الجهاز قادراً على الفصل بين الصور المتقاربة وإظهارها واضحة. وفي حالة التلفزيون والأوسيلسكوب فإن حجم حبيبات المادة الفسفورية على الشاشة هو الذي يحد من مقدرة الجهاز على التمييز.

خطأ القياس Error

هو الفرق بين مقدار الكمية المقاسة والمقدار الحقيقي "أو العياري" للكمية. ومن المهم جداً معرفة مصادر الخطأ وكيفية التقليل من أثارها وقد تتطلب القياسات الدقيقة اختيار الأجهزة المناسبة وإجراء العديد من القياسات للتوصل إلى نتائج دقيقة.

وعند إجراء أي تجربة لإيجاد كمية معينة لابد من عمل الاحتياطات اللازمة لتجنب الأخطاء التي يمكن أن تدخلها الأجهزة والظروف المحيطة بها كما يجب تكرار قياس الكمية لتقليل الأخطاء العشوائية والوصول إلى نتيجة دقيقة. وسندرس فيما يلي أنواع أخطاء القياس وكيفية معالجتها والتعبير عن الأخطاء وتقدير أو حساب مقاديرها وإظهار ذلك في النتائج النهائية.

أخطاء القياس Errors

لا يمكن قياس أي كمية بدقة كاملة لذلك من المهم جداً معرفة تقدير الدقة التي تم بها القياس وحساب مقدار الخطأ المتوقع في النتيجة. ودراسة أخطاء القياس وأخطاء أجهزة القياس هي الخطوة الأولى لإيجاد الطرق والوسائل للتقليل منها. وسنرى فيما يلي أن مصادر الأخطاء متعددة. بعضها من الأجهزة وطرق استخدامها والبيئة التي يعمل فيها وبعضها من الشخص الذي يقوم بعملية القياس لافتقاره للخبرة أو بسبب عادات مكتسبة وبعض الأخطاء لها أسباب عشوائية غير معروف يمكن التقليل من مقاديرها بتكرار عملية القياس واستخدام الوسائل الإحصائية لحسابها.

ويمكن تصنيف اخطاء القياس الى ثلاث مجموعات هي :

1- الخطأ الإجمالي Gross Error

هذا النوع من الخطأ يتضمن الأخطاء الإنسانية في قراءة واستخدام الأجهزة وفي تسجيل وحساب نتائج القياس. هذه الأخطاء كثيراً ما تحدث ويمكن توقعها وتجنبها. ومن هذه الأخطاء أخطاء عدم التطابق وتحدث لافتقاره الخبرة عند قراءة موقع مؤشر بالنظر إلى المؤشر والتدريج بزواوية معينة بدلاً من أن يكون خط الرؤية والمؤشر والتدريج على مستقيم واحد.

ومن الأخطاء الشائعة بين المستجدين عدم اختيار الجهاز المناسب للقياس مثلاً استخدام فولتمتر مقاومته غير عالية لقياس فرق جهد بين طرفي مقاومة عالية وتكون النتيجة وجود ما يعرف بخطأ أثر التحميل وكثيراً ما تنتج الأخطاء من الإهمال مثلاً عدم التأكد من ضبط الموقع الصفري لمؤشر الجهاز وينتج من ذلك أن تتضمن جميع القراءات خطأ صفرياً.

ومن الأخطاء الشائعة بين المستجدين وتؤدي إلى نتائج سيئة عدم معرفة استخدام الأجهزة متعددة التدريج. هذه الأخطاء لا يمكن معالجتها حسابياً ولكن يجب تجنبها بالاهتمام والعناية ومعرفة أخذ القراءات الصحيحة وتسجيلها بالممارسة والتمرين ويجب تحت كل الظروف عدم الاكتفاء بأخذ قراءة واحدة بل أخذ ثلاثة قراءات مختلفة على الأقل لنفس الكمية تحت ظروف مختلفة بإطفاء الجهاز ثم تشغيله مثلاً.

2- الأخطاء الرتيبة Systematic Errors

تنقسم عادة إلى مجموعتين هما (i) أخطاء الأجهزة التي تحدث من عيوب الأجهزة و(ii) الأخطاء البيئية التي تحدث من تأثير الوسط المحيط بالأجهزة.

(i) أخطاء الأجهزة : هي أخطاء متصلة في أجهزة القياس نسبة للأجهزة الميكانيكية المتحركة التي تتأثر بالاحتكاك وينشأ من ذلك ما يعرف بخطأ الاحتكاك أو يحدث التواء في " الياي "المتصل بأجزاء الدوران أو عدم انتظام في تمدد زمبرك نتيجة لسوء استخدام الجهاز مثل تمرير تيار أعلى من المسموح به فتؤدي هذه العيوب إلى أخطاء في القراءة تعرف بأخطاء التشوه .ومن الأخطاء أيضاً أخطاء تحدث نتيجة لعدم الجهاز مثل ضعف المغنطيس الدائم المستخدم في الكلفانومتر.

(ii) الأخطاء البيئية أو الوسطية هي أخطاء المؤثرات الخارجية مثل الأثار الحرارية وأثر الرطوبة أو الضغط الجوي أو المجالات الكهربائية والمغناطيسية على الأجهزة .وهذه الأخطاء يمكن التخلص منها باتخاذ الاحتياطات اللازمة ومعالجة الظروف المحيطة بالأجهزة قبل استخدامها.

3- الأخطاء العشوائية Random Errors

هذه الأخطاء لا يعرف أسبابها وتكون موجودة دائماً حتى بعد التخلص من كل الأخطاء الرتيبة وبالرغم من أن الأخطاء العشوائية في التجارب التي يخطط لها تخطيطاً دقيقاً تكون عادة صغيرة لكنها ذات أهمية بالغة متى كانت الدقة المطلوبة عالية.

لنفترض أننا نسجل مقدار فرق جهد ما كل نصف ساعة باستخدام فولتميتر محكم ومضبوط ومعايير وأنا تحكنا في الوسط المحيط بالجهاز في ظروف مثالية فإننا سوف نجد أن القراءات تختلف عن بعضها البعض اختلافات طفيفة مهما فعلنا من معايرة وتحكم في ظروف التجربة ولن يكون من السهل معرفة أسباب هذه الفروقات في القراءات ولكننا يمكن أن نقلل الأثار المترتبة عليها بزيادة عدد القراءات وإيجاد المتوسط الحسابي الذي يعطي أحسن تقريب للمقدار الحقيقي للكمية المقاسة.

وفيما يلي سنستعرض أنواع الأخطاء بالتفصيل :

لما كانت عملية القياس هي عملية تقييم كمي للكمية المقاسة مقارنة بنظام وحدات معينة عن

طريق جهاز قياس ، فإن عملية التقييم هذه تعتمد بشكل أو بآخر على عدة عوامل منها :

(١) عوامل تتعلق بجهاز القياس (Instrumental Error) مثل :

(أ) نوع الجهاز: (كهربائي - إلكتروني - رقمي)

(ب) دقة الجهاز: (مدى قدرة الجهاز على القراءة الدقيقة وقربها من القراءة الواقعية)

(ت) حالة الجهاز: (سليم - متهالك)

(ث) عمر الجهاز: (قديم - جديد)

(٢) عوامل تتعلق بالشخص المستخدم للجهاز (Gross Error) مثل :

(أ) دقة نظر الشخص

(ب) اعتناء الشخص بعملية القياس

(ت) اختيار الشخص لمدى القياس المناسب ومراعاة ذلك

(٢) عوامل خارجية (Environmental Error)

(أ) العوامل الجوية المختلفة من: درجة الحرارة والضغط الجوي ونسبة الرطوبة وخلافه

(ب) ظروف التشغيل المختلفة مثل: قرب جهاز القياس من الكمية المراد قياسها وعدم تأثر الإشارة الكهربائية المقاسة بأطراف التوصيل أو طول أسلاك التوصيل أو وقوع الجهاز في حيز مجال مغناطيسي أو مجال كهربائي وخلافه.

ولهذا فمن المتوقع أن تكون القيمة المقاسة متغيرة من جهاز لآخر ومن شخص لآخر وتبعاً لظروف القياس من عوامل خارجية، ولهذا فإنه من الصعب الحصول على القيمة الحقيقية للقياس ولكن في هذه الحالة يستخدم تعبير القيمة المتوقعة للقياس (Expected Value) بدلا من تعبير القيمة الحقيقية. ولأن القيمة المقاسة غالباً ما تختلف عن القيمة المتوقعة، فإن هذا الفارق يسمى بالخطأ (Error) في القياس. هذا الخطأ في عملية القياس يتم التعبير عنه بإحدى طريقتين: إما يعبر عنه بصورة مطلقة ويسمى بالخطأ المطلق (Absolute Error) أو كنسبة مئوية ويسمى بالنسبة المئوية للخطأ (Percentage Error).

الخطأ المطلق للقياس (e_{ab}) Absolute Error

هو الفارق ما بين القيمة المتوقعة للقياس والقيمة المقاسة فعلياً. ويمكن تمثيل هذه العلاقة رياضياً كما يأتي:

$$e_{ab} = Y_n - X_n$$

(١ - ١)

حيث:

e_{ab} : الخطأ المطلق

Y_n : القيمة المتوقعة للقياس

X_n : القيمة المقاسة فعلياً

الخطأ النسبي (e_r) Relative Error

النسبة بين الخطأ المطلق للقياس والقيمة المتوقعة للقياس. ويمكن تمثيل هذه العلاقة رياضياً كما يأتي:

$$(e_r) = \frac{e_{ab}}{Y_n} = \left| \frac{Y_n - X_n}{Y_n} \right|$$

(٢ - ١)

النسبة المئوية للخطأ (Percentage Error (e%)

هي النسبة بين الخطأ المطلق للقياس والقيمة المتوقعة للقياس كنسبة مئوية. ويمكن تمثيل هذه العلاقة رياضياً كما يأتي:

$$(e\%) = \frac{e_{ab}}{Y_n} \times 100\% = \left| \frac{Y_n - X_n}{Y_n} \right| \times 100\% \quad (1-3)$$

ويمكن أيضاً تعريف دقة القياس كما يأتي:

دقة القياس Accuracy

هي مدى تطابق القيمة المقاسة بالقيمة المتوقعة.

الدقة النسبية (Relative Accuracy (A_r)

الدقة النسبية للقياس (A_r) هي النسبة بين القيمة المقاسة والقيمة المتوقعة للقياس. ويمكن تمثيل الدقة النسبية للقياس (A_r) رياضياً كما يأتي:

$$A_r = \frac{X_n}{Y_n} = 1 - \left| \frac{Y_n - X_n}{Y_n} \right| = 1 - e_r \quad (1-4)$$

حيث:

A_r: الدقة النسبية للقياس.

النسبة المئوية لدقة القياس (Percentage Accuracy (a%)

النسبة المئوية لدقة القياس (a%) هي النسبة بين القيمة المقاسة والقيمة المتوقعة للقياس كنسبة مئوية.

$$a\% = \frac{X_n}{Y_n} \% = 100\% - \left| \frac{Y_n - X_n}{Y_n} \right| \times 100\% \quad (1-5)$$

$$a\% = 100\% - \text{Percentage Error} = 100\% - e\% \quad (1-6)$$

حيث:

a%: النسبة المئوية لدقة القياس

مثال رقم (1- 1)

قام متدرب بالمختبر بقياس جهد على طرفي مقاومة فكانت القيمة المقاسة تساوي 49 V ، إذا كانت القيمة المتوقعة للجهد حسب الحسابات النظرية تساوي 50 V ، احسب:

(أ) الخطأ المطلق

(ب) النسبة المئوية للخطأ

(ج) الدقة النسبية

(د) النسبة المئوية للدقة

الحل:

(أ) الخطأ المطلق e_{ab} :

$$e_{ab} = Y_n - X_n = 50 - 49 = 1 \text{ volt}$$

(ب) النسبة المئوية للخطأ $e\%$:

$$e\% = \frac{e_{ab}}{Y_n} \times 100\% = \left| \frac{50 \text{ V} - 49 \text{ V}}{50 \text{ V}} \right| \times 100\% = 2\%$$

(ج) الدقة النسبية A_r :

$$A_r = 1 - \left| \frac{50 \text{ V} - 49 \text{ V}}{50 \text{ v}} \right| = 1 - \frac{1}{50} = 0.98$$

(د) النسبة المئوية للدقة $a\%$:

$$a\% = 100\% - e\% = 100\% - 2\% = 98\%$$

وطبقاً لتقنية القياس يمكن إجراء القياس الواحد عدة مرات وخاصة إذا لم يكن هناك قيمة متوقعة للكمية المقاسة. ويمكن تعريف دقة القياس في هذه الحالة (Precision) بأنها مدى قرب القراءة الواحدة لمجموعة من القراءات المتكررة لنفس الكمية المقاسة من متوسط هذه القراءات. ويمكن أيضاً هنا استبدال القيمة المتوقعة بالقيمة المتوسطة، أو المتوسط الرياضي للقياسات. ويمكن وصف هذه العلاقة رياضياً كما يلي:

$$(Precision)_i = 1 - \left| \frac{X_i - \bar{X}_n}{\bar{X}_n} \right| \quad (1- \nu)$$

حيث:

(Precision)_i: دقة القياس للقراءة رقم (i)

X_i : قيمة القراءة رقم (i)

\bar{X}_n : المتوسط الحسابي لمجموعة من القراءات عددها (n)

مثال رقم (١ - ٢)

قام عشرة متدربين بقياس جهد كهربائي باستخدام فولتميتر تماثلي وسجلت القراءات في الجدول التالي:

رقم القراءة	قيمة القراءة V_i (volts)
1	98
2	102
3	101
4	97
5	100
6	103
7	98
8	106
9	107
10	99

جدول رقم (١ - ٢) بيانات مثال رقم (١ - ٢)

احسب النسبة المئوية لدقة القياس (Precision) للقراءة رقم (٤): ($P_4\%$).

الحل:

بتطبيق القانون رقم (١ - ٧):

$$P_i \% = 100 \% - \left| \frac{V_i - \bar{V}}{\bar{V}_n} \right| \times 100 \%$$

حيث n هو عدد القراءات وهو هنا يساوي ١٠ قراءات

وبما أن القراءة المطلوب حساب دقتها هي القراءة رقم (٤)، إذن: $i = 4$

\bar{X}_{10} هو المتوسط الحسابي للقراءات العشر، وهو ما يمكن حسابه كالتالي:

$$\bar{X} = \frac{98 + 102 + 101 + 97 + 100 + 103 + 98 + 106 + 107 + 99}{10} = 101.1$$

$$P_4\% = 100\% - \left| \frac{97 - 101.1}{101.1} \right| \times 100\% = 95.94\%$$

القيمة المتوسطة أو المتوسط الحسابي Average value (arithmetic mean)

القيمة المتوسطة أو المتوسط الحسابي \bar{X} لمجموعة من n من القراءات $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ هي مجموع هذه القراءات مقسوماً على عددها n . وتعرف رياضياً كما يلي:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n} \quad (8 - 1)$$

الانحراف deviation

يعرف انحراف القراءة i ويرمز له بالرمز (d_i) لمجموعة من القراءات، بأنه الفارق بين القراءة X_i والقيمة المتوسطة لمجموعة القراءات \bar{X} . وتعرف رياضياً كما يلي:

$$d_i = X_i - \bar{X} \quad (9 - 1)$$

ويلاحظ أن المجموع الجبري لهذه الانحرافات لا بد أن يساوي صفراً. ويعرف رياضياً كما يلي:

$$d_1 + d_2 + d_3 + \dots + d_n = 0 \quad (10 - 1)$$

حيث:

$$\sum_{i=1}^n d_i = X_1 - \bar{X} + X_2 - \bar{X} + \dots + X_n - \bar{X} = X_1 + X_2 + \dots + X_n - \bar{X} - \bar{X} - \dots - \bar{X}$$

$$\sum_{i=1}^n d_i = \sum_{i=1}^n X_i - n\bar{X} = 0$$

ويمكن وضع المعادلة السابقة على الصورة المختصرة:

$$\sum_{i=1}^n d_i = 0 \quad (11 - 1)$$

وذلك لأن الانحراف قد يكون سالباً كما أنه يمكن أن يكون موجباً.

الانحراف المتوسط Average deviation ١ -٢ -٥ -١

الانحراف المتوسط (D) هو المتوسط الحسابي للقيم المطلقة للانحرافات. وتعرف رياضياً كما يلي:

$$D = \frac{|d_1| + |d_2| + |d_3| + \dots + |d_n|}{n} \quad (12 - 1)$$

الانحراف المعياري Standard deviation ٢ -٢ -٥ -١

الانحراف المعياري (S) لمجموعة من القيم هو مقياس لاختلاف هذه القيم عن القيمة المتوسطة.

ويعرف رياضياً كما يلي:

$$S = \sqrt{\frac{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + \dots + d_n^2}{n \text{ or } (n-1)}} \quad (13 - 1)$$

وطبقاً لعلم الإحصاء، إذا كان عدد القراءات $(n < 30)$ يؤخذ في المقام القيمة $(n-1)$ وإذا كان عدد القراءات $(n \geq 30)$ يؤخذ في المقام القيمة n ، حيث إنه في هذه الحالة لن تختلف النتيجة بالقسمة على n أو $n-1$.

مثال رقم (١- ٣)

من الجدول التالي، احسب:

(١) المتوسط الحسابي للقراءات \bar{X} .

(ب) انحراف كل قيمة d_i .

(ج) المجموع الجبري للانحرافات $\sum_{i=1}^n d_i$.

(د) الانحراف المتوسط D .

(هـ) الانحراف المعياري S .

المتغير	القيمة
X_1	50.1
X_2	49.7
X_3	49.6
X_4	50.2

جدول رقم (١- ٣) بيانات مثال رقم (١- ٣)

الحل:

(١) المتوسط الحسابي \bar{X} :

$$\bar{X} = \frac{50.1 + 49.7 + 49.6 + 50.2}{4} = 49.9$$

(ب) انحراف كل قيمة d_i :

$$d_1 = 50.1 - 49.9 = 0.2$$

$$d_2 = 49.7 - 49.9 = -0.2$$

$$d_3 = 49.6 - 49.9 = -0.3$$

$$d_4 = 50.2 - 49.9 = 0.3$$

(ج) المجموع الجبري للانحرافات $\sum_{i=1}^n d_i$:

$$\sum_{i=1}^4 d_i = d_1 + d_2 + d_3 + d_4 = 0.2 - 0.2 - 0.3 + 0.3 = 0$$

(د) الانحراف المتوسط D :

$$D = \frac{|0.2| + |-0.2| + |-0.3| + |0.3|}{4} = \frac{1}{4} = 0.25$$

(هـ) الانحراف المعياري S :

$$S = \sqrt{\frac{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2}{4-1}} = \sqrt{\frac{0.2^2 + 0.2^2 + 0.3^2 + 0.3^2}{3}} = 0.294$$